Edukacja • Terapia • Opieka • Volume 4 • 2022 • 95–111

ISSN 2720-2429

DOI: https://doi.org/10.52934/eto.167

Ewa Swoboda

Państwowa Wyższa Szkoła Techniczno-Ekonomiczna
im. ks. B. Markiewicza w Jarosławiu

ewa.swoboda@pwste.edu.pl https://orcid.org/0000-0002-9563-158X

Matematyka a świat, który nas otacza. Spojrzenie dydaktyka matematyki na realizację zagadnień z obszaru stosowanie matematyki na zajęciach edukacji matematycznej w szkole i przedszkolu

Mathematics and the world that surrounds us. Mathematics educator's view on the implementation of issues from the curriculum area applying mathematics during mathematics education classes at school and kindergarten

Abstrakt: Obiekty i procedury matematyczne mają swoje korzenie w otaczającym nas świecie. Jedna z elementarnych życiowych potrzeb człowieka wiązała się z umiejętnością wymierzania, określania ilości i wielkości. W podstawie programowej do matematyki dla najmłodszych znajduje się dział „umiejętności praktyczne". Powinien być on traktowany jako dział organicznie związany z kształtowaniem kompetencji matematycznych, tak, jak to pokazuje historia matematyki, a nie jako sztuczny dodatek do budowania rozumienia pojęć związanych z liczbami i figurami geometrycznymi. W tym artykule poruszamy zagadnienia metodyczne związane z ważeniem oraz z pomiarem czasu.

Słowa kluczowe: stosowanie matematyki, ważenie, upływ czasu, jednostki pomiaru, system pozycyjny dziesiątkowy

Abstract: Mathematical objects and procedures have their roots in the world around us. One of the basic human needs was related to the ability to measure, determine quantity. The core curriculum for mathematics for children includes the "practical skills" section. It should be treated as a section organically related to the development of mathematical competences, as shown in the history of mathematics, and not as an artificial addition to the building of understanding of concepts related to numbers and geometric figures. In this article, we discuss methodological issues related to weighing and time measurement.

Keywords: application of mathematics, weighing, time flow, units of measurement, decimal position system

Wprowadzenie

W podstawie programowej do nauczania matematyki wczesnoszkolnej wyróżniony jest dział *Osiągnięcia w zakresie stosowania matematyki w sytuacjach życiowych oraz w innych obszarach edukacji*. Czasami w skrócie ten dział nazywany jest „umiejętności praktyczne". W takim ujęciu często jest to hasło rozumiane wąsko, zbyt wąsko, choćby tylko jako umiejętność poradzenia sobie w sytuacjach życiowych wymagających np. policzenia wartości dokonanych zakupów, czy powierzchni wykładziny do pokoju. Chyba warto jednak na ten dział popatrzeć nieco inaczej. Głównie warto, by nauczyciele (a także rodzice) widzieli tam wiele różnych aspektów, w tym – wspierających rozumienie samej matematyki jako takiej.

Kilka przykładów, pozornie odległych od głównego tematu

Potrzeba rozumienia otaczającego nas świata jest wpisana w nasze funkcjonowanie w świecie. I od dawna wiadomo, że to rozumienie jest związane z doszukiwaniem się logiki, porządku – funkcjonowanie w chaosie nam nie odpowiada, trudno wtedy planować, podejmować decyzje. Z drugiej strony – doszukiwanie się logiki, budowanie reguł, funkcjonowanie zgodnie z regułami – to działania będące podstawą matematycznego myślenia. Warto zauważyć, że zachowania idące w kierunku doszukiwania się reguł można dostrzec nawet w działaniach bardzo małych dzieci, choć trudno ocenić, czy jest to wynik naturalnych ludzkich preferencji u tych dzieci, czy jakiś wpływ środowiska kreowanego przez dorosłych. Warto tutaj opisać niektóre z obserwacji.

Eryk, 3 lata

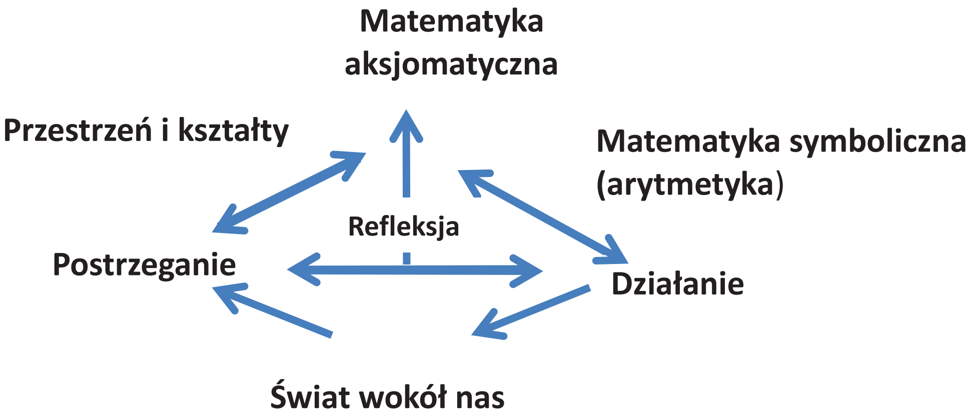
Podczas zabawy klockami chłopiec ustawiał je w kolejności od najmniejszego do największego. Gdy kolega usiłował mu zmienić rytm bardzo się denerwował i odstawiał klocki na swoje miejsce, tj. od najmniejszego do największego.

Kacper, 3 lata

Kacper zaczął bawić się kolorową, drewnianą mozaiką geometryczną. Z początku układał z niej przeróżne figury i obrazki, wybierając klocki z opakowania, w którym wszystkie kolory klocków były pomieszane. Pewnego jednak najpierw podzielił wszystkie klocki względem kolorów, stworzył 6 oddzielnych zestawów (tyle ile jest kolorów w układance – każdy zestaw stworzony był z odrębnego koloru), a dopiero potem układał obrazki z mozaiki, sięgając do zestawów z odpowiednim kolorem wtedy, kiedy było mu to potrzebne.

Wojtek, 4 lata

Wojtek poszedł z ciocią kroić makowniki. Makowniki były długie i ułożone równo na tacy. Jeden makownik był o połowę krótszy od pozostałych. Wojtek mówi: Ciocia podsuń tego makownika tu.
Ciocia: A po co Wojtuś?
Chłopiec: Żeby był taki, jak te.
Ciocia: Wojtek, sam podsuń, bo ja teraz kroję ciasto.
Chłopiec dosunął krótszy makownik do pozostałych tak, że wszystkie wyglądały jakby były tej samej długości.
Niewątpliwie można postawić tezę, że rozumne funkcjonowanie zgodne z matematycznymi regułami jest pewnym wykładnikiem naszej ludzkiej egzystencji. Okazuje się przy tym, że dla porządkowania świata realnego wykorzystujemy umiejętności typowo matematyczne. A z drugiej strony – realny świat jest źródłem i inspiracją dla tworzenia matematycznych obiektów. Takie związki są wielokrotnie podkreślane, kiedy odwołujemy się do zasad budowania wiedzy matematycznej. Jeden z takich schematów można znaleźć w publikacji Tall'a (2001), i jest on prezentowany poniżej.



Rysunek 1. Związek między matematyką a światem, który nas otacza

Źródło: D. Tall, What mathematics is needed by teachers of young children? [w:] J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Proceedings of the international symposium elementary maths. teaching SEMT 01*. Czech State: Prague 2001.

Powyższe rozważania skłaniają do następujących konkluzji:

- Umiejętności praktyczne są ważne same w sobie, należy je traktować z dużą starannością. Pokazują na użyteczność umiejętności matematycznych w życiu codziennym.
- Niezależnie od tego, umiejętności praktyczne powinny wspierać samo rozumienie matematyki. Możliwość odwołania się do działań mających swój praktyczny sens wzmaga motywację do prowadzenia rozumowań matematycznych, a działania praktyczne stają się w naturalny sposób modelem operacji matematycznych.

Spróbujmy te powiązania pokazać na dwóch konkretnych przykładach.

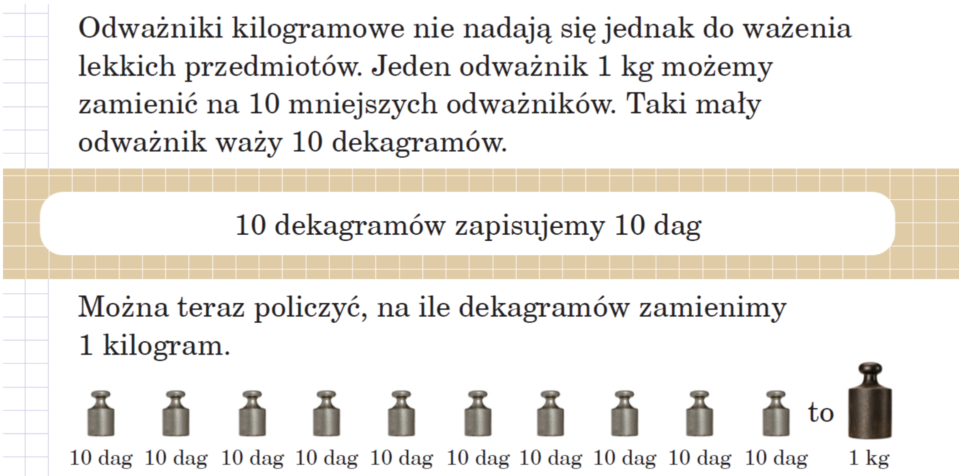
Umiejętności ważenia dla pogłębiania rozumienia matematyki

Zapis liczb wielocyfrowych teoretycznie jest uczniom znany już od klasy I (pod koniec tej klasy uczeń powinien posługiwać się zapisem liczb do 100). Ale to raczej wiedza powierzchowna, bo jeżeli rozmawiamy nawet z osobami starszymi na temat *systemu pozycyjnego*, to można się zdziwić jak głęboką reprezentują niewiedzę w tym zakresie. Spróbujmy zapytać o zapis wartości 7 w systemie dwójkowym. Albo spróbujmy zapytać z ilu znaków będzie składała się liczba $43 \cdot 10^{15}$? A liczba $43 \cdot 10^{-15}$? Można powiedzieć, że te przykłady są nieadekwatne, bo pojawiają się na wysokich poziomach posługiwania się matematyką. Problem w tym, że te przykłady wymagają niemal takiej samej wiedzy jak ta, którą wymagamy dla rozumienia sensu zapisu dowolnej liczby wielocyfrowej, pojawiającej się w nauczaniu matematyki wczesnoszkolnej. Warto o tym pamiętać, i wykorzystać wszystkie sytuacje praktyczne, w których podczas pomiarów występuje zjawisko zamiany jednostki na jednostkę większą, albo na jednostkę mniejszą, zwłaszcza tam, gdzie podstawą zamiany jest grupowanie po 10. Wielokrotnie w szkole ograniczamy się do systemu monetarnego – zamieniamy 10 złotówek na jeden banknot 10-złotowy, potem 10 takich banknotów na jeden 100-złotowy. A potem złote zamieniamy na grosze. Jest to znakomity obszar działań, bliski dziecku. Tyle, że dość ograniczony. Warto dlatego szerzej wykorzystać temat „waga i ważenie" w nauczaniu wczesnoszkolnym.

Określanie wagi produktów zawsze było ważne dla człowieka, z różnych względów. Najbardziej dobitnie widać to, kiedy zaczniemy śledzić historię handlu. Człowiek stosował różne odważniki. W przeszłości istniały bardziej różne systemy, w których zależności między jednostkami były skomplikowane. W starożytności niemal każdy kraj używał innych jednostek (Grecja – chalkos, obolos, drachma, mina, talent, Persja – mina, szekel), a związki między nimi opierały się na różnych systemach. Na przykład grecki obol był równy 8 chalkos, a drachma to było tyle co 6 oboli. Mina była równoważna dla Greków 100 drachmom, a dla Persów 60 szekelom. Również w Polsce dawniej używano bardzo dziwnych jednostek wag (masy): łut, marka, funt, kamień, cetnar, a zależności między nimi też były nieregularne. Cetnar, którego waga wynosiła w przybliżeniu 50 kg, mógł być zamieniony na 5 kamieni lub 160 funtów, 320 grzywien (marek) lub 5120 łutów.

Dzisiaj podstawową jednostką jest 1 kg. Wiadomo jednak, że istnieje potrzeba określania ciężaru obiektów, dla których 1 kg to za dużo albo za mało. Wprowadzanie nowych jednostek odbywa się albo przez zwielokrotnianie wagi 1 kg, albo poprzez podział na mniejsze jednostki. Okazuje się, że duże znaczenie ma tutaj czynnik 10. I w ten sposób otwieramy drzwi do utrwalania u uczniów rozumienia systemu pozycyjnego dziesiątkowego. Współczesny system wag wpisuje się w układ dziesiątkowy, i te zależności koniecznie trzeba podkreślać. Rozumienie tych związków z jednej strony ułatwia rozumienie samego systemu, a z drugiej – system wag jest pewnym przykładem zastosowania systemu dziesiątkowego w praktyce. Zobaczmy, że w niektórych podręcznikach szkolnych zastosowano układ, który wyraźnie podkreśla zależność dziesiątkową.

Zwykle wprowadzenie odważników rozpoczyna się od prezentacji odważnika 1 kg (choć trudno wtedy pominąć odważniki 2kg, 5 kg). Ale już niedługo (klasa II) są wprowadzane odważniki o mniejszej masie. Dobrze jest tak je porządkować, aby podkreślić zależność 10-krotną. Konieczność powiązania tych wielkości z wyobrażeniem relacji zachodzących pomiędzy dotychczas poznanymi innymi jednostkami jest oczywista. Na przykład tak, jak w poniższej sytuacji:


Odważniki kilogramowe nie nadają się jednak do ważenia lekkich przedmiotów. Jeden odważnik 1 kg możemy zamienić na 10 mniejszych odważników. Taki mały odważnik waży 10 dekagramów.

10 dekagramów zapisujemy 10 dag

Można teraz policzyć, na ile dekagramów zamienimy 1 kilogram.

Rysunek 2. Przykład uporządkowanego wprowadzania w system odważników

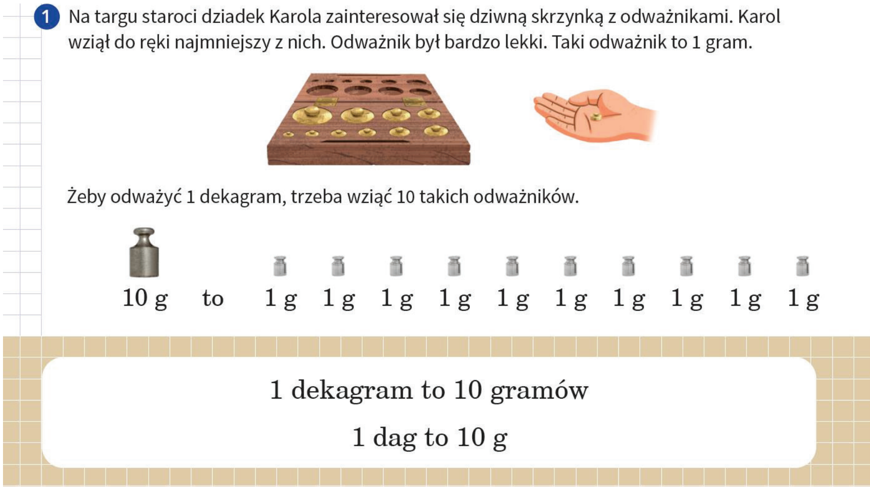
Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 2, s. 32, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

Kolejnym krokiem jest skupienie uwagi na pojedynczych dekagramach, które dalej dadzą się rozmieniać. Nie tylko po to, by odważnik 10 dag rozbić na 10 odważników po 1 dag:

Rysunek 3. Zamiana odważnika 10 dag na pojedyncze dekagramy

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 2, s. 32, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

ale gównie po to, by wprowadzić nową jednostkę – 1 gram. Znowu warto zadbać, by sposób wprowadzenia podkreślał działanie systemu dziesiątkowego.



1 Na targu staroci dziadek Karola zainteresował się dziwną skrzynką z odważnikami. Karol wziął do ręki najmniejszy z nich. Odważnik był bardzo lekki. Taki odważnik to 1 gram.

Żeby odważyć 1 dekagram, trzeba wziąć 10 takich odważników.

10 g to 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g 1 g

1 dekagram to 10 gramów

1 dag to 10 g

Rysunek 4. Dalszy układ odważników, podkreślający systemowe zależności

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 2, s. 62, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

Gram jest najmniejszą jednostką wagi, z jaką będziemy zaznajamiać dzieci. Jak w każdej takiej sytuacji, nie wystarczy teoretyczne przedstawienie zależności między jednostkami – dziecko powinno poczuć ciężar 1 grama w ręce (a raczej stwierdzić, że niemal niczego nie czuje). I tutaj dużym wsparciem są pomiary wagi rzeczywistych przedmiotów świata realnego. Na przykład w takich zadaniach jak poniższe, a jeszcze lepiej – poprzez dokonywanie szacowań i pomiarów wykonywanych fizycznie przedmiotów, które nas otaczają, są w zasięgu ręki, można je wziąć do ręki, porównać.

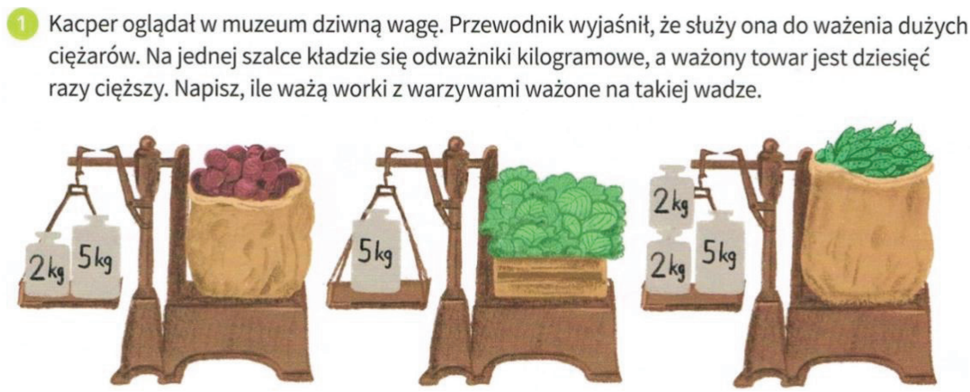
2 Karol znalazł w domu kilka produktów, których waga była podana w gramach. Przeczytaj te wagi.

● Uporządkuj wagi produktów od najlżejszej do najcięższej. Zapisz je w zeszycie.

Rysunek 5. Praktyczne zaznajamianie dziecka z wagą różnych produktów

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 2, s. 62, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

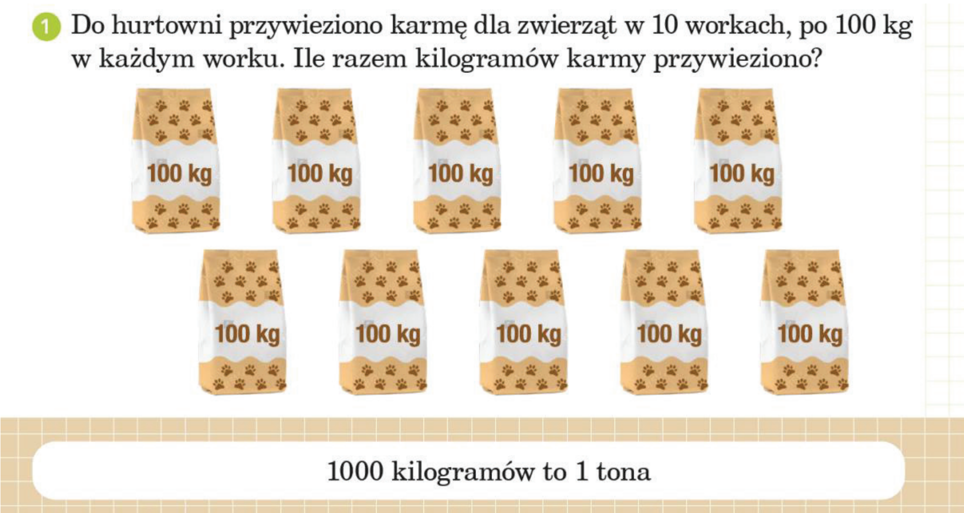
W tę zabawę z dziesiątkami bardzo dobrze wpisują się rzeczywiste wagi – przyrządy pomiarowe. Szczególne miejsce wśród nich zajmują wagi do ważenia obiektów o większych gabarytach. Niegdyś były one bardzo popularne, wykorzystywane na targach, na przykład przy ważeniu zwierząt, dużych paczek żywności, dziś – raczej do oglądnięcia w muzeum. Są to tzw. wagi dziesiętne. Można odwołać się do zbiorów zgromadzonych w muzeum wag we Włocławku, gdzie takie wagi są dziś prezentowane. Zwracamy uwagę dzieciom, że w dalszym ciągu równowagę wskazują „dzióbki" umieszczone przy odpowiednikach dwóch szalek, chociaż obie szalki wyglądają inaczej – na jednej kładzie się odważniki (co na ogół nie zabiera dużo miejsca), a na drugiej wielkie i ciężkie toboły. Szalki są tak zrównoważone, że dla odczytu rzeczywistej wagi trzeba wagę odważników przemnożyć przez 10. Warto je wykorzystywać w szkolnym nauczaniu. Przykład zadania z wykorzystaniem takich wag zamieszczam poniżej.



Rysunek 6. Przykład zadania z wykorzystaniem wagi dziesiętnej

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Ćwiczenia, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 2, s. 27, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

I w ten sposób dochodzimy do konieczności korzystania z większych mas, co też mamy ujęte w podstawie programowej, a co pozwala na powiązanie dużych liczb z rzeczywistością fizyczną. Pojęcie tony pojawia się w podstawie programowej w klasie III. Jest też naturalne (i częste) przechodzenie do pojęcia tony poprzez dziesięciokrotne zwielokrotnianie ciężaru 100 kg. Takie związki też ujmujemy dla ucznia w zadaniach. Warto, by te zadania były tak prezentowane (np. poprzez reprezentację wizualną), by podkreślić owo dziesięciokrotne zwiększanie. Pokazuje to poniższe zadanie:



Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 3, cz. 2, s. 69, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2022.

Znów – kolejnym krokiem jest powiązanie wyobrażenia tej wielkości z wagą niektórych obiektów rzeczywistych. Co się stało podstawą do sformułowania poniższego polecenia.

Rysunek 7. Przykład praktycznego powiązania wyobrażenia tony z obiektami świata realnego

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 3, cz. 2, s. 69, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2022.

Zwróćmy uwagę, że są tu tylko obrazki niektórych obiektów – warto, by uczniowie sami poszperali (np. w Internecie) i znaleźli informację o rzeczywistej wadze, jaką można przypisać tym obiektom.
Skalę wag można rozszerzać, i to w obydwie strony – można mówić o obiektach, których waga przekracza tony i o takich, dla których gram jest jednostką

zdecydowanie za dużą. Ale zawsze budowanie tych jednostek będzie odbywało się w oparciu o zasadę grupowania po 10.

Zarysowany tutaj problem wykorzystania wagi w świadomy sposób ograniczony został do jednego matematycznego zagadnienia – rozumienia zapisu liczby w systemie pozycyjnym dziesiątkowym. Nie jest to jedyna korzyść z realizacji zagadnienia „waga i ważenie" na lekcjach edukacji matematycznej. Szersze zajęcie się tym tematem wykracza jednak poza ramy tego opracowania.

Obliczenia związane z upływem czasu

Wszystko, co się wiąże z obliczeniami czasowymi, stoi w jawnej sprzeczności z obliczeniami funkcjonującymi w systemie pozycyjnym dziesiątkowym. Sam pomiar upływu czasu odbywa się zupełnie inaczej niż dokonywanie pomiarów w jakimkolwiek innym obszarze.

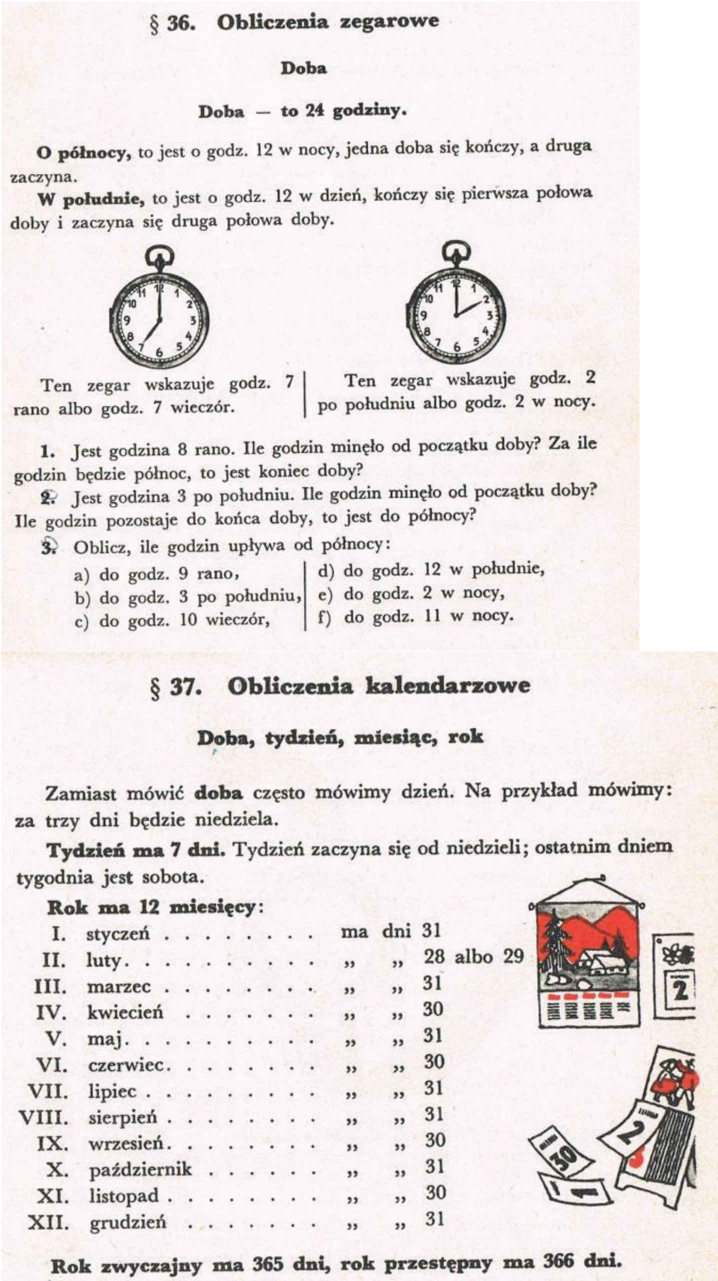
Sposoby mierzenia czasu są obarczone historycznymi zaszłościami. Jest to dość znamienne, jako że sam pomiar czasu, jako taki, w przeszłości był w pewnej mierze rytuałem filozoficzno-magicznym. Pewnie należy tutaj wspomnieć o starożytnych Egipcjanach, dla których cykliczne wylewy Nilu były jednym z ważniejszych zjawisk. To Egipcjanie powiązali wylewy Nilu z fazami księżyca – stąd podział roku na około 360 dni (od wylewu do wylewu, zgodnego ze wschodem gwiazdy Syriusz, niezwykle ważnej w ówczesnych wierzeniach). Dzień i noc były przy tym najbardziej naturalną, obserwowalną miarą (jednostką) upływu czasu. Rok podzielili Egipcjanie na 12 części (miesięcy), też zgodnie z obserwacją nieba, pojawianiem się kolejnych ważnych konstelacji. Pewnie właśnie owe 12 miesięcy zaciążyło na tym, że i doba została podzielona na 2 x 12 mniejszych jednostek czasowych. Tak więc to zjawiska astronomiczne, a nie kalkulacje matematyczne, zawładnęły sposobem opisu podstawowej jednostki czasu, czyli roku. Cykliczność występowania pewnych zjawisk w przyrodzie regulowała przyjmowanie i wielkość obranych jednostek czasu.

Przenikanie się kultur wpłynęło na dalszy galimatias w jednostkach czasowych. Godzina ma 60 minut, bo istniały kultury oparte o system sześćdziesiątkowy. Paradoksalnie, ten system, wypracowany w Babilonii, mógł się dobrze sprawdzać przy wyznaczaniu wielkości kątów (kąt wewnętrzny trójkąta równobocznego jest łatwiejszy do wyznaczenia niż kąt prosty). A potem posługiwanie się takimi „małymi" jednostkami mogło zostać przeniesione na inne systemy.

Dzisiaj te sprawy są nam zupełnie obce. Nie mamy potrzeby poszukiwania uzasadnienia dla jednostek czasowych, są one w szkole podawane jako rzecz do zaakceptowania. Pewnie dlatego, co każdy nauczyciel potwierdzi, są z taką trudnością przyjmowane przez uczniów.

Innym, dużym problemem jest sama specyfika pomiaru czasu. Czas niejako nas otacza, żyjemy zanurzeni w czasie. Jednostkę długości można zobaczyć patrząc nawet na linijkę z podziałką centymetrową, jednostkę ciężaru – doświadczyć, biorąc do ręki odważnik. Fizyczność czasu jest zupełnie inna. Oś czasu wyznacza kierunek tylko w jedną stronę, ze swoim początkiem zanurzonym w nieodgadnionej przeszłości, a mimo to mówimy o cykliczności zjawisk wyznaczających jednostki czasu. Z tego powodu olbrzymie problemy może sprawić rozróżnienie między pojęciem jednostki czasowej (godzina, minuta, tydzień, doba, rok) i stosowaniem tych jednostek w obliczeniach, a stosowaniem kalendarza. Kiedy zaczyna się tydzień?, kiedy zaczyna się doba?, kiedy zaczyna się rok? Na ogół przy tak postawionych pytaniach podaje się sztywne określenia, na przykład w sformułowaniu „poniedziałek to początek nowego tygodnia", „1 stycznia składamy sobie życzenia na cały nowy rok". Jak to pogodzić z koniecznością traktowania tygodnia jako jednostki czasowej (składającej się z 7 kolejnych dni, trwającej np. od środy rano do następnej środy), czy doby jako jednostki czasowej trwającej 24 godziny?

Wydaje się, że owo rozróżnienie jest jednym z podstawowych zagadnień dydaktycznych, często pomijanym przez nauczycieli. Jednym z powodów takiego podejścia jest pewna tradycja, sięgająca opracowań metodycznych jeszcze z lat 50. ubiegłego stulecia. Właśnie w tamtych podręcznikach pojawiały się bardzo sztywne regułki związane z takimi pojęciami jak „doba", „tydzień", „miesiąc", „rok", co widać na prezentowanych poniżej skanach.



§ 36. Obliczenia zegarowe

Doba

Doba — to 24 godziny.

O północy, to jest o godz. 12 w nocy, jedna doba się kończy, a druga zaczyna.

W południe, to jest o godz. 12 w dzień, kończy się pierwsza połowa doby i zaczyna się druga połowa doby.

Ten zegar wskazuje godz. 7 rano albo godz. 7 wieczór.

Ten zegar wskazuje godz. 2 po południu albo godz. 2 w nocy.

1. Jest godzina 8 rano. Ile godzin minęło od początku doby? Za ile godzin będzie północ, to jest koniec doby?

2. Jest godzina 3 po południu. Ile godzin minęło od początku doby? Ile godzin pozostaje do końca doby, to jest do północy?

3. Oblicz, ile godzin upływa od północy:

a) do godz. 9 rano,
b) do godz. 3 po południu,
c) do godz. 10 wieczór,
d) do godz. 12 w południe,
e) do godz. 2 w nocy,
f) do godz. 11 w nocy.

§ 37. Obliczenia kalendarzowe

Doba, tydzień, miesiąc, rok

Zamiast mówić **doba** często mówimy dzień. Na przykład mówimy: za trzy dni będzie niedziela.

Tydzień ma 7 dni. Tydzień zaczyna się od niedzieli; ostatnim dniem tygodnia jest sobota.

Rok ma 12 miesięcy:

I.	styczeń	ma dni	31
II.	luty	„ „	28 albo 29
III.	marzec	„ „	31
IV.	kwiecień	„ „	30
V.	maj	„ „	31
VI.	czerwiec	„ „	30
VII.	lipiec	„ „	31
VIII.	sierpień	„ „	31
IX.	wrzesień	„ „	30
X.	październik	„ „	31
XI.	listopad	„ „	30
XII.	grudzień	„ „	31

Rok zwyczajny ma 365 dni, rok przestępny ma 366 dni.

Rysunek 8. Metodyczne opracowanie zagadnień związanych z upływem czasu, w podręcznikach z lat 50. ubiegłego wieku

Źródło: A. M. Rusiecki, W. Schayer, *Arytmetyka z geometrią III*, wydanie XIII, s. 157, 162, PZWS, Warszawa 1968.

Chyba najlepiej radzimy sobie w szkole z posługiwaniem się zegarem, gdzie nauka wspierana jest manipulacjami na modelu ze wskazówkami. Najlepiej – wcale nie znaczy, że są to zagadnienia łatwe. Zgodnie z uwagami pochodzącymi od E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i M. Skury (2005) istnieją ustalenia, że większość dzieci osiąga poziom operacyjnego rozumowania w zakresie upływu czasu dopiero około 10.–11. roku życia. Dlatego tak ważne jest tworzenie sytuacji, w których dzieci same będą zbierały doświadczenia związane z pomiarem, by manipulowały modelem zegara, przestawiały wskazówki. Właśnie na takim modelu można pozwolić uczniowi doświadczyć, że początek odmierzania jednostki czasowej należy samemu ustalić (odpowiednio ustawiając wskazówki), a potem długość trwania tej jednostki polega na śledzeniu zmiany położenia wskazówek. Inne odcinki czasowe są trudne do zaprezentowania w szkole czy przedszkolu. Warto na nie specjalnie zwracać uwagę, wykorzystując do tego między innymi propozycje dydaktyczne zawarte w podręcznikach.


1 Wymień z pamięci kolejne dni tygodnia.

- Tosia zaznaczała w kalendarzu, co będzie robiła każdego dnia po lekcjach. W jej kalendarzu pomieszały się dni tygodnia. Popatrz na obrazki i powiedz, co Tosia będzie robiła wcześniej – jeździła na rolkach czy czytała książkę.

- Zaplanuj swoje zajęcia na cały tydzień. Możesz zapisać plan w zeszycie lub na kartce.

Rysunek 9. Przykład zadania będącego punktem wyjścia do dyskusji o dniach tygodnia

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 2, cz. 1, s. 18, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2021.

Posługiwanie się nazwami dni tygodnia było tematem w klasie 1. Nie znaczy to oczywiście, że wszystkie dzieci świetnie się tą wiedzą posługują. Zadaniowa Tosia ma w swoim kalendarzu bałagan, ale aby odpowiedzieć na pytanie „co będzie robiła wcześniej – jeździła na rolkach czy czytała książkę”, trzeba ustalić, że jej kalendarz dotyczy konkretnego pełnego tygodnia rozpoczynającego się w poniedziałek. Wtedy w poniedziałek będzie miała czas na czytanie książki, a jazdę na rolkach zaplanowała trzy dni później. Ale równie dobrze Tosia mogła zacząć planować kolejne wolne od szkoły popołudnia, zaczynając od piątku! Zwłaszcza, że w ostatnim podpunkcie dzieci mają planować zajęcia na cały kolejny tydzień, poczynając od tego dnia, który jest dzisiaj.

Innym zagadnieniem, które trzeba przeanalizować szczególnie dokładnie, to jest pojęcie doby. Przygotowuje do rozumienia pojęcia „doba”. Koniecznie trzeba mieć świadomość, że *doba to astronomiczna jednostka miary* ***upływu*** *czasu*, tak jak godzina, która też jest jednostką **upływu** czasu. Doba określa **odcinek czasowy**, który może rozpocząć się o godzinie 10.58 we wtorek i skończyć o 11.58 w środę dnia następnego. Nie ma więc obowiązku stwierdzenia, że doba zaczyna się o godzinie 0.00 (na żadnym zegarku nie odczytamy takiego czasu, przyjmujemy jedynie umowę, że godzina 24.00 dnia poprzedniego = 0.00 dnia następnego). W krajach, leżących w różnych strefach czasowych ten moment wypada kiedy indziej. Godzina 0.00 jest więc momentem mocno umownym.

Wbrew pozorom, można w dość oczywisty sposób otwierać dzieci na to zagadnienie. Istnieje wiele zajęć, które rozpoczynają się codziennie o tej samej godzinie. Wystarczy zwrócić uwagę na czas dzielący jedne zajęcia od drugich. Na przykład tak, jak w poniższej propozycji:

Staś spędził dwa tygodnie wakacji u swojej cioci w Hiszpanii. Chłopiec umówił się z rodzicami, że codziennie o godzinie 19.00 połączą się przez internet, żeby porozmawiać. Ile czasu mija między jednym a drugim połączeniem?

O tej porze Staś rozmawiał z rodzicami w środę.	O tej porze Staś rozmawiał z rodzicami w czwartek.

Czy pamiętasz, że **24 godziny to doba**?

Rysunek 10. Zaznajamianie z faktem, że doba to jednostka czasowa

Źródło: K. Sawicka, E. Swoboda, *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*, kl. 3, cz. 1, s. 25, Wydawnictwo Nowa Era, Warszawa 2022.

Sam zegarek, jako narzędzie do mierzenia czasu, może wyglądać różnie, co powoduje, że sam zapis związany z odczytem czasu wygląda różnie. Analizowanie tarczy zegarowej może stanowićpretekst do wprowadzenia w rzymski sposób zapisywania liczb. Tutaj można podkreślić, że ten sposób zapisu jest tworzony w oparciu o inne reguły niż te, które obowiązują w systemie pozycyjnym dziesiątkowym. W naszym tradycyjnym systemie korzystamy z 10 znaków (cyfr) do zapisu każdej wartości liczbowej. W rzymskim systemie są nie tylko I, V, X ale potem pojawią się znaki L, C, M. W naszym systemie reguła „wiązania po 10" jest stała, obowiązuje na każdym poziomie. W rzymskim systemie trudno uogólniać regułę: *z lewej odejmujemy, a z prawej dodajemy*, bo na przykład wartość 1999 zapiszemy jako MCMXCIX a na jako IMM (co mogłoby oznaczać 2000-1 i jest dużo krótsze niż wcześniej zaprezentowany zapis), na dodatek czasami trudno jest rozróżnić, które znaki stoją „z prawej strony", a które „z lewej" – w liczbie MCMXCIX zbitka MCM oznacza 1900, czyli 1000 + (1000 – 100), ale napisanie samego MC oznacza 1100 (1000 + 100). Podawanie więc reguł „cząstkowych" niczemu dobremu nie służy, a może być podstawą do zbyt pochopnych, fałszywych uogólnień, do których dzieci mają skłonność. Zamiast tego można zaproponować, aby dzieci same starały się podać sposób zapamiętania, same starały się znaleźć regułę dotyczącą przedstawionego zakresu (zestawiając ze sobą zapis dla wartości 4 i 6). Na tej podstawie mogą tworzyć własne hipotezy – jak będzie wyglądał zapis dla liczby 13, a jak dla 14? Być może uda im się znaleźć w Internecie tarczę zegarową z rzymskimi znakami, w którym niektóre z wprowadzonych zasad nie zostaną zachowane, na przykład taką jak poniżej:

Rysunek 11. Przykład tarczy zegarowej z nietypowym zapisem liczby 4

Źródło: https://myloview.pl/fototapeta-elegancka-tarcza-zegara-z-cyframi-rzymskimi-i-znaki-tick-umieszczone-nr-63CFAC2

Aby umożliwić lepsze zapamiętanie rzymskiego sposobu zapisywania liczb oraz pogłębić rozumienie różnic między systemem rzymskim a systemem pozycyjnym dziesiątkowym, proponujemy, aby dzieci miały przygotowane po kilka karteczek z zapisanymi trzema podstawowymi znakami: I, V, X. Z tych znaków niech najpierw układają liczby w zakresie 1–12. Mogą to robić w parach – jedno dziecko mówi (pisze cyframi arabskimi) liczbę, a drugie układa ją za pomocą znaków rzymskich. Dopiero potem warto przejść do samodzielnego zapisywania liczb „po kolei". Przy okazji tego zadania dzieci mogą porozmawiać o sytuacjach, w których same zetknęły się z wykorzystaniem rzymskich sposobów zapisywania liczb, na przykład przy zapisie dat (wtedy znakami rzymskimi są na ogół kodowane miesiące).

Warto nieregularność w obliczeniach czasowych zestawiać i kontrastować z regularnością systemu pozycyjnego dziesiątkowego. Nie wyklucza to możliwości podkreślania regularności tam, gdzie one rzeczywiście funkcjonują.

Zakończenie

Zagadnienia wyszczególnione w podstawie programowej jako *umiejętności praktyczne* wykraczają poza te dwa tematy, które zostały zarysowane w niniejszym opracowaniu. Nie wspominamy tutaj również o fakcie, że wiele tzw. zadań tekstowych w swojej warstwie beletrystycznej nawiązuje do czynności i zjawisk znanych z życia codziennego.

Codzienne funkcjonowanie dziecka, jego związek z wieloma zdarzeniami wpisanymi w codzienne czynności powoduje, że w naturalny sposób zaznajamia się ono z ważnymi faktami i umiejętnościami matematycznymi. Warto być na te sytuacje otwartym, widzieć je poprzez pryzmat matematycznych kompetencji, a nie jako dodatkowe zagadnienia na siłę wtłoczone w program z edukacji matematycznej. Wszędzie, gdzie to jest możliwe, warto budować powiązania między matematyką (często utożsamianą z nudną umiejętnością prowadzenia rachunków) a zjawiskami bliskimi temu, co jest wpisane w bycie „tu i teraz". Można w ten sposób bardzo pomóc w szkolnej nauce, doprowadzić do sytuacji, w której matematyka nie będzie odbierana jako niedostępny i nieprzyjazny obszar wiedzy.

References

Gruszczyk-Kolczyńska, E., Skura, M. (2005). *Skarbiec matematyczny, poradnik metodyczny klasa 0 i klasy I–III*. Wydawnictwo Nowa Era.

Ifrah, G. (1990). *Dzieje liczby, czyli historia wielkiego wynalazku*. Wydawnictwo Ossolineum.

Krysicki, W. (1973). *Jak liczono dawniej a jak liczymy dziś*. Nasza Księgarnia.

Rusiecki, A. M., Schayer, W. (1968). *Arytmetyka z geometrią III*. Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych.

Sawicka, K., Swoboda, E. (2021). *Wielka Przygoda, Ćwiczenia, edukacja matematyczna*. Wydawnictwo Nowa Era.

Sawicka, K., Swoboda, E. (2021). *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*. Wydawnictwo Nowa Era.

Sawicka, K., Swoboda, E. (2022). *Wielka Przygoda, Podręcznik, edukacja matematyczna*. Wydawnictwo Nowa Era.

Tall, D. (2001). What mathematics is needed by teachers of young children? In J. Novotná & H. Moraová (eds.), *Proceedings of the international symposium elementary maths. teaching SEMT 01*. The publishing house of Charles University in Prague.